Corrigé Exercice N°1

1. Étude du mouvement du pigeon d'argile

1.1. Référentiel d'étude : référentiel terrestre, supposé galiléen. Système étudié : {point matériel M}

Bilan des forces extérieures : le poids $\vec{P} = m.\vec{g}$

D'après la deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m_P.\overrightarrow{a_P} \Leftrightarrow m_P.\vec{g} = m_P.\overrightarrow{a_P} \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{a_P} = \vec{g}}$

1.2. Dans le repère (Ox, Oy) le vecteur accélération $\overrightarrow{a_P}$ s'identifie au vecteur champ de pesanteur donc :

$$\boxed{\overrightarrow{a_P} : \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}}$$

1.3. Par définition : $\overrightarrow{a_P} = \dfrac{d\overrightarrow{v_P}}{dt}$: les coordonnées du vecteur vitesse se déduisent en intégrant les coordonnées du vecteur accélération et en tenant compte des conditions initiales de la vitesse :

Condition initiale : à t = 0 : $\overrightarrow{v_{P\,(t=0)}} = \overrightarrow{v_{P0}}$.

Coordonnées de $\overrightarrow{v_P}$: $\boxed{\overrightarrow{v_P} : \begin{cases} v_{Px}(t) = v_{P0x} = v_{P0}.(\cos\alpha) \\ v_{Py}(t) = -g.t + v_{P0y} = -g.t + v_{P0}.(\sin\alpha) \end{cases}}$

1.4. Par définition : $\overrightarrow{v_P} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$: les coordonnées du vecteur position se déduisent en intégrant les coordonnées du vecteur vitesse et en tenant compte des conditions initiales de la position :

Condition initiale : à t = 0, M est en O : $\overrightarrow{OM_{(t=0)}} = \vec{0}$

Coordonnées de $\overrightarrow{OM}$: $\boxed{\overrightarrow{OM} : \begin{cases} x_P(t) = v_{P0}.(\cos\alpha).t \\ y_P(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.(\sin\alpha).t \end{cases}}$

2. Tir réussi

2.1. La balle suit une trajectoire verticale d'équation $x = x_A = 45$ m.

Le point d'impact appartient à cette droite. Il a nécessairement pour abscisse $x_C = 45$ m.

2.2. Soit t_C la date à laquelle le pigeon arrive au point d'abscisse x_C.

$$x_p(t_C) = x_C \Leftrightarrow v_{P0}.(\cos\alpha).t_C = x_C \Leftrightarrow \boxed{t_C = \frac{x_C}{v_{P0}.(\cos\alpha)}}$$

A.N. $t_C = \dfrac{45}{30\times\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)}$ s $= \dfrac{45\times\sqrt{2}}{30}$ s, soit $\mathbf{t_C = 2,1\ s}$

La durée de vol Δt est la durée écoulée entre les instants de date t = 0 et $t = t_C$. Ainsi : $\mathbf{\Delta t = 2,1\ s}$.

2.3.1. Référentiel d'étude : référentiel terrestre, supposé galiléen. Système étudié : {point matériel B}

Bilan des forces extérieures : les forces extérieures au système sont toutes négligées.

D'après la deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0} = m.\overrightarrow{a_B} \Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{a_B} = \vec{0}}$

Par définition : $\overrightarrow{a_B} = \dfrac{d\overrightarrow{v_B}}{dt'}$: le vecteur accélération $\overrightarrow{a_B}$ étant nul, le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_B}$ est constant.

D'après les conditions initiales sur la vitesse on a : à t = 0 : $\overrightarrow{v_{B\,(t=0)}} = \overrightarrow{v_{B0}}$.

Le mouvement est donc rectiligne uniforme, il s'effectue selon une trajectoire verticale, à la vitesse constante $v_B = v_{B0} = 500$ m.s^{-1}.

2.3.2. Le mouvement étant rectiligne uniforme à la vitesse v_{B0}, la distance y_C parcourue pendant l'intervalle de temps $\Delta t'$ est : $y_C = V_{B0}.\ \Delta t \Leftrightarrow \boxed{\Delta t'_C = \dfrac{y_C}{v_{B0}}}$. A.N. : $\Delta t'_C = \dfrac{22}{500}$ s, soit $\mathbf{\Delta t'_C = 4,4 \times 10^{-2}\ s}$

2.4. $\dfrac{\Delta t}{\Delta t'} = \dfrac{2,1}{4,4\times10^{-2}} = 48$: **Δt' < Δt** : la durée de vol de la balle étant très inférieure à celle du pigeon, le tireur peut viser directement le pigeon lorsque celui-ci se trouve à sa verticale. La distance parcourue par le pigeon pendant la durée de vol de la balle est très faible.

3. <u>Discussion de l'effet du poids de la balle</u>

3.1. L'étude menée en **2.3.1.** est reprise, le poids $\overrightarrow{P_B}$ étant la seule force extérieure agissant sur le système {point matériel B}.

La deuxième loi de Newton s'écrit : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{P_B} = m_B.\overrightarrow{a_B} \Leftrightarrow m_B.\vec{g} = m_B.\overrightarrow{a_B} \Leftrightarrow \overrightarrow{a_B} = \vec{g}$

Par intégration, et en tenant compte de la condition initiale sur la vitesse, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse : $\boxed{\overrightarrow{v_B} : \begin{cases} v_{Bx}(t') = 0 \\ v_{By}(t') = -g.t' + v_{B0} \end{cases}}$

3.2. La durée $\Delta t'$ correspond à la durée écoulée entre les instants de date t' = 0 et t' = t'_C.

$v_{By}(t'_C) = (-10 \times 4{,}4 \times 10^{-2} + 500)\ m.s^{-1}$, soit $\mathbf{v_{By}(t'_C)} = 499{,}6\ m.s^{-1} = \mathbf{5{,}0 \times 10^2\ m.s^{-1}}$

La valeur de cette **vitesse pourra donc être considérée comme constante pendant la durée Δt'.**